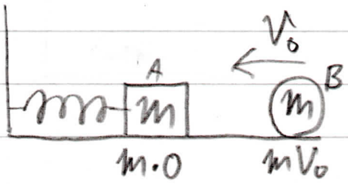
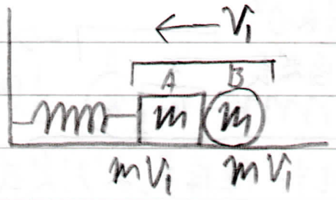
1.[I] 物体Aと物体Bの運動量に着目して図及び式を表すと以下のようになる。




衝突直後はばねの力を考える必要はない。

運動量保存則より次式が成立する。

$m\cdot 0 + mv_0 = mv_1 + mv_1 \quad \therefore\ mv_0 = 2mv_1 \quad \therefore\ v_0 = 2v_1$

以上から$v_1$は次のようになる。

(1) $v_1 = v_0/2$ //

衝突前の物体Aと物体Bの力学的エネルギーの和は次のようになる。

$\frac{1}{2}m\cdot 0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$

よって求める力学的エネルギーは次のようになる。

(2) $mv_0^2/2$ //

衝突後の物体Aと物体Bの力学的エネルギーの和は次のようになる。

$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mv_1^2 = m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 \quad (\because (1))$

よって求める力学的エネルギーは次のようになる。

(3) $mv_0^2/4$ //

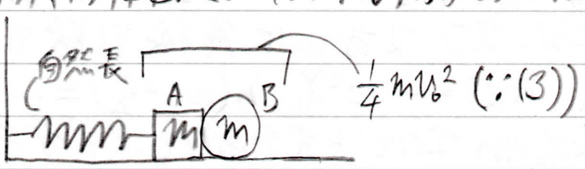
衝突前後の力学的エネルギーの差は次のようになる。

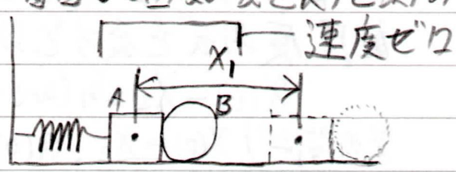
$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{4}mv_0^2$

よって失われる力学的エネルギーは次のようになる。

(4) $mv_0^2/4$ //

1.[II] 物体A、物体B及びばねの力学的エネルギーに着目して図及び式を表すと以下のようになる。




ばねの弾性エネルギーは次のようになる。

(5) $kx_1^2/2$ //

力学的エネルギー保存則より次式が成立する。

$\frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}(m+m)\cdot 0^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 \quad \therefore\ x_1^2 = \frac{mv_0^2}{2k} \quad \therefore\ x_1 = v_0\sqrt{\frac{m}{2k}}$

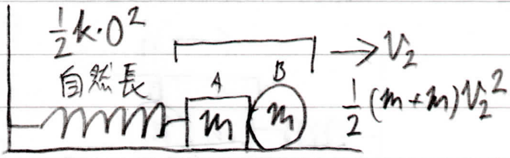
よって、ばねの最大の縮みは次のようになる。

(6) $v_0\sqrt{m/2k}$ //

No. 藤埜理幸

Date

I.[III] 物体A、物体B及びばねの力学的エネルギーに着目して図及び式を表すと以下のようになる。



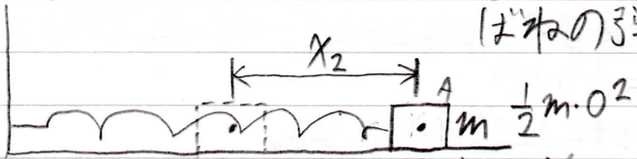

力学的エネルギー保存則より次式が成立する。

$$\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}(m+m)\cdot 0^2=\frac{1}{2}k\cdot 0^2+\frac{1}{2}(m+m)v_2^2 \quad \cdots \frac{1}{2}kx_1^2=mv_2^2 \cdots v_2=x_1\sqrt{\frac{k}{2m}}$$

よって、ばねが自然長になった時の物体A、物体Bの速さは次のようになる。

(7) $v_2=x_1\sqrt{k/2m}$ //

図及び式を表すと以下のようになる。




ばねの弾性エネルギー：$\frac{1}{2}kx_2^2$

※ばねが自然長となった瞬間、物体Bは分離したものと考える。

力学的エネルギー保存則より次式が成立する。

$$\frac{1}{2}k\cdot 0^2+\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}kx_2^2+\frac{1}{2}m\cdot 0^2 \cdots \frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}kx_2^2$$

$$\cdots \frac{1}{2}m(x_1^2k/2m)=\frac{1}{2}kx_2^2 \quad (\because (7))$$

$$\cdots x_1^2/2=x_2^2 \quad \cdots x_1/\sqrt{2}=x_2$$

よって $x_2$ は次のようになる。

(8) $x_2=x_1/\sqrt{2}$ //

物体Aの加速度を $a$（右向きを正）とおき、運動方程式を立てると次のようになる。

$$ma=-kx_2 \quad \cdots a=-kx_2/m$$

よって求める加速度は次のようになる。

(9) $-kx_2/m$ //

ばねの伸びが $x_2$ となった時の時刻を $t=0$ として、物体Aの位置と加速度の式を表すと以下のようになる。なお $\omega$ は角振動数である。

$$x(t)=x_2\sin(\omega t+\tfrac{\pi}{2}) \text{、} a(t)=-\omega^2x_2\sin(\omega t+\tfrac{\pi}{2})=-\omega^2x(t)$$

先の問より $x(0)=x_2$、$a(0)=-kx_2/m$ なので上式を用いて次式が得られる。

$$a(0)=-\omega^2x(0) \cdots -kx_2/m=-\omega^2x_2 \cdots \omega^2=k/m \cdots \omega=\sqrt{k/m}$$

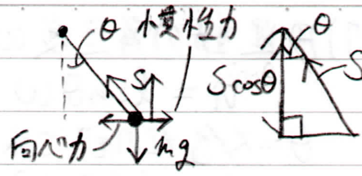
これより周期を求めると次のようになる。

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{k/m}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

よって周期は次のようになる。

(10) $2\pi\sqrt{m/k}$ //

2.(1) 小球に加わる力を図示すると右のようになる。




小球の鉛直方向の力のつり合いの式は次のようになる。

$$S\cos\theta - mg = 0 \quad \therefore \quad S\cos\theta = mg$$

よってSは次のようになる。

(1) $S = mg/\cos\theta$ //

2.(2) 円運動の軌道半径をrとおくと向心力Fは次のように表される。

$$F = mr\omega^2$$

$r = l\sin\theta$ なので、向心力Fは次のようになる。

(2) $F = ml\omega^2\sin\theta$ //

2.(3) 遠心力は慣性力である。よって選択肢は次のようになる。

(3)(i) エ //

2.(4) 張力Sを用いて力の大きさに関する式を立てると次のようになる。

$$S\sin\theta = ml\omega^2\sin\theta \quad \therefore \quad \omega^2 = S/ml = mg/ml\cos\theta \quad (\because (1))$$

よってωは次のようになる。

(4) $\omega = \sqrt{g/l\cos\theta}$ //

2.(5) 周期を求めると以下のようになる。

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{l\cos\theta/g}$$

よって周期は次のようになる。

(5) $T = 2\pi\sqrt{l\cos\theta/g}$ //

2.(6) 各選択肢について検討を行う。

(ア) 遠心力の方向：遠心力は、糸が切れ小球に向心力が働らかなくなると同時に消えるので不適。

(イ) 円運動の接線方向：小球の速度ベクトルは向心力のベクトルと直交しており、糸が切れれば、小球はその瞬間の速度ベクトルの向きに運動する。

(ウ) 鉛直方向：糸が切れた瞬間の小球の鉛直方向の速度はゼロなので不適。

(エ) 張力の働く方向：糸が切れれば張力は働らかなくなるので不適。

以上から選択肢は次のようになる。

(6)(ii) イ //

2.(7) 円運動の角速度$\omega$を用いると小球の速さ$v_1$は次のようになる。

$$v_1 = l\sin\theta\,\omega \cdots v_1 = l\sin\theta\sqrt{g/(l\cos\theta)}$$

$\theta=\pi/3$なので、これを代入し、整理すると次のようになる。

$$v_1 = l(\sqrt{3}/2)\sqrt{g/l(1/2)} = \sqrt{3gl/2}$$

よって$v_1$は次のようになる。

$$(7)\ v_1 = \sqrt{3gl/2}$$

2.(8) 糸が切れて以降の小球の鉛直方向の運動は物体の自由落下と同じなので
小球の位置に関する方程式を立てると次のようになる。

$$(h-l\cos\theta)-\frac{1}{2}gt^2=0$$

$\theta=\pi/3$なので、これを代入し、整理すると次のようになる。

$$t^2=(2/g)(h-l/2)=(2h-l)/g$$

よって$t$は次のようになる。

$$(8)\ t=\sqrt{(2h-l)/g}$$

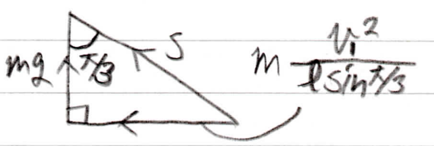
2.(9) 自由落下運動なので$v_2$は$t$を用いて次のように表される。

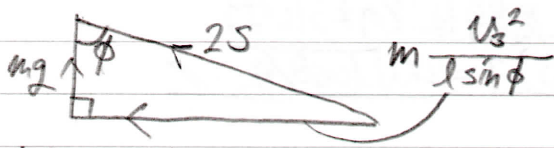
$$v_2 = gt = g\sqrt{(2h-l)/g} = \sqrt{g(2h-l)}$$

よって$v_2$は次のようになる。

$$(9)\ v_2=\sqrt{g(2h-l)}$$

2.(10) 糸の交換前後のベクトル図を描くと以下のようになる。




以上のベクトル図から力の大きさに関する方程式を立てると以下のようになる。

$$S=mg/\cos\pi/3=2mg\ ,\quad \cos\phi=mg/2S=1/4\ ,\quad \sin^2\phi=1-\cos^2\phi=1-\tfrac{1}{16}=\tfrac{15}{16}$$

$$S=mv_1^2/(l\sin^2\pi/3)=\tfrac{4}{3}mv_1^2/l$$

$$mv_3^2/(l\sin\phi)=2S\sin\phi=\tfrac{8}{3}\sin\phi\cdot mv_1^2/l$$

上式を$v_3$について整理すると次のようになる。

$$v_3^2=\tfrac{8}{3}\sin^2\phi\, v_1^2=\tfrac{8}{3}\cdot\tfrac{15}{16}v_1^2=\tfrac{5}{2}v_1^2 \cdots v_3=\sqrt{\tfrac{5}{2}}\,v_1$$

よって$v_3$は$v_1$の$\sqrt{5/2}$倍となる。

3.[I] 各選択肢について検討を行う。なお選択肢の内容は省略する。

(ア) 電場が$z$軸の正の向きに存在する場合、「$z$軸の正の向き」に正電荷に力が働く。よって不適。

(イ) 電場中に電荷を置き、その電荷が電場に沿って移動する場合を考える。この時、電場は電荷に対して仕事を行い、静電エネルギーが運動エネルギーに変換される。静電エネルギーは電位差と電荷量の積で表される。つまり$z$軸上の離れた2点に電位差があれば、$z$軸方向の電場が存在するといえる。

(ウ) 負電荷には電場とは逆向きの力が生じる。つまり$z$軸方向に電場が存在すれば、負電荷には$z$軸の負の向きに力が生じる。

(エ) フレミングの左手の法則より、$z$軸方向に磁場が存在したとすると力は$z$軸の「負の向き」に働く。よって不適。

(オ) $z$軸方向に磁場が存在していても、存在していなくても、この場合、コイルを貫く磁束は変化しないため誘導電流は流れない。よって不適。

(カ) フレミングの左手の法則より、$z$軸方向に磁場が存在したとすると、力は$x$軸の負の向きに働く。

(キ) (オ)と同じ理由で不適。

以上から適切な選択肢は次のようになる。

(i～iii) イ、ウ、カ //

3.[II] クーロン定数を$k$とおくと次式が成立する。

$$E_0 = kQ_A/a^2 = k/a^2 \quad \therefore k = E_0 a^2$$

よって求める値は次のようになる。

(1) $E_0 a^2$ //

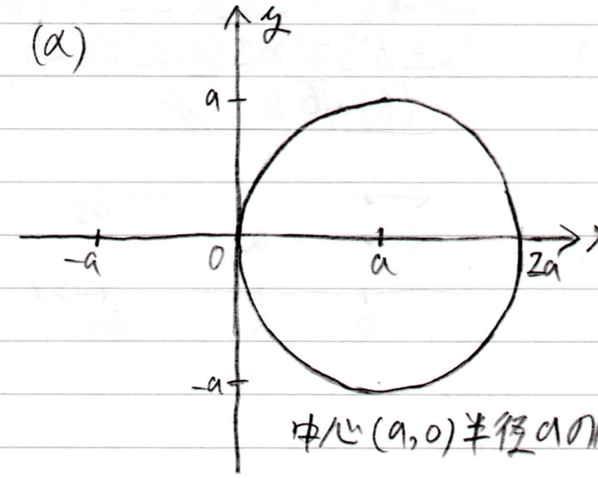
原点における電位は次のように表される。

$$(E_0 a^2)\cdot Q_A/a = E_0 a$$

よって求める値は次のようになる。

(2) $E_0 a$ //

(α)




中心$(a, 0)$半径$a$の円

求める経路を図示すると右のようになる。
$Q_0$の外力も$Q_A$の電場による力も仕事をしないという事は、$Q_0$は$Q_A$の等電位面(円)を移動した事になる。

3.[II] 原点における電場は$x$軸の正の向きを正とすると次のようになる。

$$-kQ_A/a^2 - kQ_B/(2a)^2 = -(E_0a^2)/a^2 - (E_0a^2)(-3)/4a^2 = -E_0 + \frac{3}{4}E_0$$
$$= -\frac{1}{4}E_0$$

よって求める電場の強さは次のようになる。

(3) $\frac{1}{4}E_0$ //

原点における電位は次のようになる。

$$kQ_A/a + kQ_B/2a = (E_0a^2)/a + (E_0a^2)(-3)/2a = E_0a - \frac{3}{2}E_0a = -\frac{1}{2}E_0a$$

よって求める電位は次のようになる。

(4) $-\frac{1}{2}E_0a$ //

$Q_B$の電気量を$m$倍した時の電場の式を立てると次のようになる。

$$-E_0 + \frac{3}{4}mE_0 = \left(-\frac{1}{4}E_0\right)\times 2 \quad \cdots \quad \frac{3}{4}m - 1 = -\frac{1}{2} \quad \cdots \quad m = \frac{2}{3}$$

よって求める値は次のようになる。

(5) 2/3 //

$Q_B$の$x$軸上の座標を$x(>0)$とした時の電場の式を立てると次のようになる。

$$-E_0 - (E_0a^2)(-3)/x^2 = \left(-\frac{1}{4}E_0\right)\times 2 \quad \cdots \quad 3a^2/x^2 - 1 = -\frac{1}{2} \quad \cdots \quad x^2 = 6a^2$$
$$\cdots \quad x = \sqrt{6}a$$

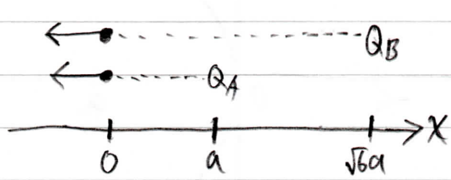
また$x(<0)$とした時の式を立てると次のようになる。

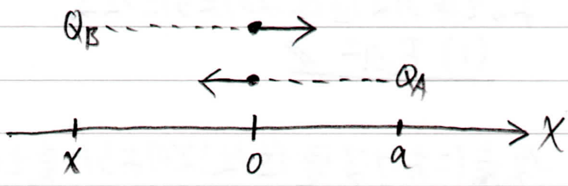
$$-E_0 + (E_0a^2)(-3)/x^2 = \left(-\frac{1}{4}E_0\right)\times 2 \quad \cdots \quad -3a^2/x^2 - 1 = -\frac{1}{2} \quad \cdots \quad x^2 = -6a^2$$

この場合、$x$は虚数となり、実数解が存在しない。

以上から求める値は次のようになる。

(6) $\sqrt{6}a$ //




※図は$Q_A, Q_B(>0)$として描いている。

4.(1) 理想気体の状態方程式とボイル・シャルルの法則から次式が成立する。

$$p_A V_A / T_A = p_C V_C / T_C$$

$p_C = 4p_A$、$V_C = 3V_A$ なので上式を以下のように変形する事ができる。

$$p_A V_A / T_A = (4p_A)(3V_A) / T_C = 12 p_A V_A / T_C \cdots T_C = 12 T_A$$

よって求める値は次のようになる。

(1) $T_C = 12T_A$ //

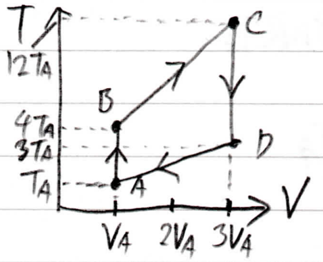
4.(α) 各状態における温度を求めると以下のようになる。

- 状態A：$T_A$
- 状態B：$T_B = (p_B V_B / p_A V_A) T_A = (4p_A V_A / p_A V_A) T_A = 4T_A$　$\therefore T_B = 4T_A$
- 状態C：$T_C = 12T_A$
- 状態D：$T_D = (p_D V_D / p_A V_A) T_A = (p_A \cdot 3V_A / p_A V_A) T_A = 3T_A$　$\therefore T_D = 3T_A$

また等圧変化（B→C、D→A）における体積と温度の関係は以下より比例（一次関数的）関係となる。

$$pV/T = 一定 \cdots V/T = 一定\ (シャルルの法則) \cdots V \propto T$$

以上から求めるグラフは次のようになる。




4.(i〜iii) 定積変化すなわち体積変化のない状態変化は図4より、A→B、C→Dの2つである。よって選択肢は次のようになる。

(i, ii) ア, ウ //

また、気体が外部にする仕事Wが負になるのは、体積が小さくなる時なので図4よりD→Aの状態変化である。よって選択肢は次のようになる。

(iii) エ //

4.(2) 体積が変化しないのであれば仕事はゼロとなる。

(2) 0 //

No. 藤崇琉秀

Date

4.(3) 状態変化 $D \rightarrow A$ における仕事を式で表すと次のようになる。

$$W = p_A(V_A - V_D) = p_A(V_A - 3V_A) = -2p_AV_A$$

状態方程式より $p_AV_A = nRT_A$ となるので上式は $W = -2nRT_A$ となる。

よって求める式は次のようになる。

(3) $W = -2nRT_A$ //

4.(4) 状態Bと状態Cにおける内部エネルギーは以下のように表される。

$$U_B = \frac{3}{2}nRT_B,\quad U_C = \frac{3}{2}nRT_C$$

$T_B = 4T_A$, $T_C = 12T_A$ を用いて内部エネルギーの変化 $\Delta U_{BC}$ を求めると次のようになる。

$$\Delta U_{BC} = U_C - U_B = \frac{3}{2}nR(12T_A) - \frac{3}{2}nR(4T_A) = 18nRT_A - 6nRT_A = 12nRT_A$$

よって求める式は次のようになる。

(4) $\Delta U_{BC} = 12nRT_A$ //

4.(5) 熱力学第1法則より次式が成立する。なお $W_{BC}$ は気体が外部にした仕事である。

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} - W_{BC}$$

ここで $W_{BC}$ は次のように表される。

$$W_{BC} = p_B(V_C - V_B) = 4p_A(3V_A - V_A) = 8p_AV_A = 8nRT_A$$

従って $Q_{BC}$ は次のように求められる。

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC} = 12nRT_A + 8nRT_A = 20nRT_A$$

よって求める式は次のようになる。

(5) $Q_{BC} = 20nRT_A$ //

4.(6) 熱の吸収が生じる状態変化は $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ なので各熱量を求めると以下のようになる。

・熱量 $Q_{AB}$ : $Q_{AB} = U_B - U_A + 0 = \frac{3}{2}nR(4T_A) - \frac{3}{2}nRT_A = \frac{9}{2}nRT_A$ $\therefore Q_{AB} = \frac{9}{2}nRT_A$

・熱量 $Q_{BC}$ : $Q_{BC} = 20nRT_A$

これらから1サイクルで気体が吸収する熱量 $Q_{in}$ は次のようになる。

(6) $Q_{in} = \frac{49}{2}nRT_A$ //

4.(7) 気体が外部にする仕事は次のようになる。

$$W_{cycle} = W_{BC} + W_{DA} = 8nRT_A + p_A(V_A - V_D) = 8nRT_A - 2p_AV_A = 8nRT_A - 2nRT_A = 6nRT_A$$

よって求める仕事は次のようになる。

(7) $W_{cycle} = 6nRT_A$ //

4.(8) サイクルの熱効率 $e$ は $W_{cycle}/Q_{in}$ で表されるので、求める値は次のようになる。

(8) $e = 12/49$ //