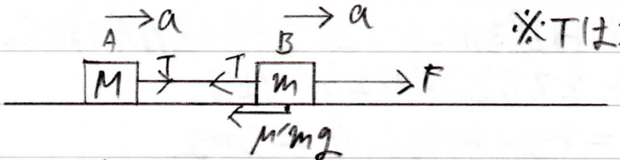
No. 藤学投系

Date

1.(1) 右向きを正、加速度をaとおいて物体A, Bの運動方程式を立てると以下のようになる。

$$\begin{cases} Ma = T \\ ma = F - \mu' mg - T \end{cases}$$



※Tは糸の張力

両式からTを消去すると次のようになる。

$(M+m)a = F - \mu' mg \quad \cdots \quad a = (F - \mu' mg)/(M+m)$

加速度aが求められたので張力Tは次のようになる。

$T = Ma = M(F - \mu' mg)/(M+m)$

以上から糸の張力の大きさと物体の加速度の大きさは次のようになる。

張力の大きさ：$\dfrac{M(F-\mu' mg)}{M+m}$，加速度の大きさ：$\dfrac{F-\mu' mg}{M+m}$ //

1.(2) 力Fを加えるのをやめた瞬間の時刻を$t=0$、物体A、Bの速度をそれぞれ$v_A(t)$、$v_B(t)$とおく。

物体Bには動摩擦力が働くので、速度$v_B(t)$は次のように表される。

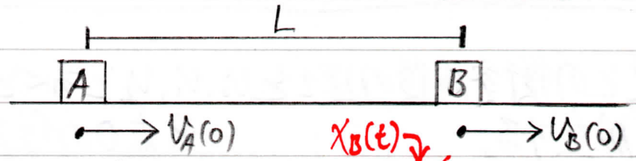
$$v_B(t) = \underbrace{\{(-\mu' mg)/m\}}_{ma' = -\mu' mg} t + \underbrace{v_B(0)}_{初速} = -\mu' g t + v_B(0)$$

これより物体Bが静止する時刻t_sを求めると次のようになる。

$v_B(t_s) = 0 = -\mu' g t_s + v_B(0) \quad \cdots \quad t_s = v_B(0)/(\mu' g)$

また、物体Aから見た物体Bの相対位置（距離）は次のように表される。

$-\frac{1}{2}\mu' g t^2 + v_B(0)t + L - v_A(0)t \quad \cdots \quad L - \frac{1}{2}\mu' g t^2 \quad \because v_B(0) = v_A(0)$



$x_A(t) = v_A(0)t$　　$\underset{\cancel{x_B}}{x_B(t)} = -\frac{1}{2}\mu' g t^2 + v_B(0)t + L$

※$t=0$の時の物体Aの位置を基準とした場合の位置

物体Bが静止（$t=t_s$）すると同時に衝突が起きるので次式が成立する。

$L - \frac{1}{2}\mu' g t_s^2 = 0 \quad \cdots \quad t_s = \sqrt{2L/(\mu' g)}$

時刻t_sが求められたので$v_A(0)$を求めると次のようになる。

$v_A(0) = v_B(0) = \mu' g t_s = \sqrt{2\mu' g L}$

以上から求める解は次のようになる。

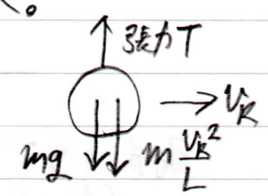
物体Aの速さ：$\sqrt{2\mu' g L}$、衝突までの時間：$\sqrt{\dfrac{2L}{\mu' g}}$ //

1.(3) 小球が点Kを通過する時の速さをv_Kとおくと力学的エネルギー保存則より次式が成立する。

$$0 = \frac{1}{2}mv_K^2 - mgL$$ ※点Oの位置を基準としている。

$$\therefore v_K = \sqrt{2gL}$$

また、小球には重力の他に円運動により生じる慣性力が働く。
これより、力のつり合いの式を立てると次のようになる。



$$T = mg + mv_K^2/L = mg + m\cdot 2gL/L = 3mg$$

従って張力は$3mg$となる。
以上から求める解は次のようになる。

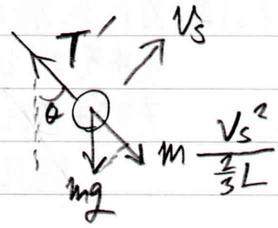
小球の速さ：$\sqrt{2gL}$、糸の張力：$3mg$ //

1.(4) 小球が点Sを通過する時の速さをv_Sとおくと力学的エネルギー保存則より次式が成立する。

$$\frac{1}{2}mv_K^2 = \frac{1}{2}mv_S^2 + mg\left(\frac{2}{3}L - \frac{2}{3}L\cos\theta\right)$$ ※点Kの位置を基準としている。

$$= \frac{1}{2}mv_S^2 + \frac{2}{3}mgL(1-\cos\theta)$$

これをv_S^2について解くと以下のようになる。



$$v_S^2 = 2gL - \frac{4}{3}gL(1-\cos\theta) = \frac{2}{3}gL(1+2\cos\theta)$$

これより、力のつり合いの式を立てると次のようになる。

$$T' = mg\cos\theta + \frac{3}{2}mv_S^2/L = mg(1+3\cos\theta)$$

従って張力は$mg(1+3\cos\theta)$となる。
また、糸がたるむ瞬間、張力はゼロとなるので、次式が成立する。

$$mg(1+3\cos\theta_1) = 0 \cdots 1+3\cos\theta_1 = 0 \cdots \cos\theta_1 = -\frac{1}{3}$$

以上から求める解は次のようになる。

糸の張力：$mg(1+3\cos\theta)$、$\cos\theta_1$の値：$-\frac{1}{3}$ //

1.(5) 小球の初速、壁との衝突前後の速さをv_0、v_1、v_2とおくと力学的エネルギー保存則より以下の式が成立する。 ※点Oの位置を基準としている。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{3}mgL,\quad 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{3}mgL = \frac{1}{2}e^2mv_1^2 - \frac{1}{3}mgL$$

上式(右)を用いてv_1^2を求めると次のようになる。

$$v_1^2 = \frac{2}{3}gL/e^2 = \frac{8}{3}gL \quad \cdots v_1 = 2\sqrt{\frac{2}{3}gL}$$

これを用いてv_0を求めると次のようになる。

$$v_0^2 = v_1^2 - \frac{2}{3}gL = \left(\frac{8}{3}-\frac{2}{3}\right)gL = 2gL \quad \therefore v_0 = \sqrt{2gL}$$

また、$v_2 = ev_1$（大きさの比較）なので、$v_2 = \sqrt{\frac{2}{3}gL}$となる。
以上から求める解は次のようになる。

壁衝突後の速さ：$\sqrt{\frac{2}{3}gL}$、点Qでの初速：$\sqrt{2gL}$ //

2.(1)(ア) 各抵抗値を求めると次のようになる。

$$R_A = 6.00/3.00 = 2.00 \quad , \quad R_B = 6.00/1.50 = 4.00$$

よって求める抵抗値は次のようになる。

$$R_A = 2.00\,[\Omega] \quad , \quad R_B = 4.00\,[\Omega]$$

2.(1)(イ) 電熱線Aを流れる電流はグラフより $I_{A1} = 4.00\,[A]$ となる。
また、この時の電熱線Bの電流は 3.00 [A] である。
これより両方の電熱線で1分間に発生するジュール熱 Q_1 を求める。

$$Q_1 = (12.0 \times 4.00 + 12.0 \times 3.00) \times 60.0 = 84.0 \times 60.0 = 5.04 \times 10^3$$

以上から求める解は次のようになる。

$$I_{A1} = 4.00\,[A] \quad , \quad Q_1 = 5.04 \times 10^3\,[J]$$

2.(1)(ウ) グラフより電熱線Bの抵抗値は次のように求められる。

$$R_B = 14.0/3.50 = 4.00\,[\Omega]$$

電流は3[A]

また、電熱線が直列に接続されている事から各電熱線の~~電圧は12[V]~~未満となり、この時の電熱線Aの抵抗値は次のように求められる。

$$R_A = 6.00/3.00 = 2.00\,[\Omega]$$

※全体で3.00[A]未満になる。

これより電熱線Aを流れる電流 I_{A2} は次のようになる。

$$I_{A2} = 12.0/(2.00 + 4.00) = 2.00\,[A]$$

この電流を用いて1分間に発生するジュール熱 Q_2 を求める。

$$Q_2 = (2.00 + 4.00) \times 2.00^2 \times 60.0 = 1.44 \times 10^3\,[J]$$

以上から求める解は次のようになる。

$$I_{A2} = 2.00\,[A] \quad , \quad Q_2 = 1.44 \times 10^3\,[J]$$

No. 蔴学理系

2.(2)(ア) 何の脈絡も無く、問われている事から知識問題として次のように解答する。

$$C_p = \frac{5}{2}R \quad、\quad C_v/C_p = 3/5$$

2.(2)(イ) 状態A→状態Bの過程は等圧変化なので、気体が外部にした仕事W_{AB}は次のように表される。

$$W_{AB} = p_A(V_B - V_A) = p_A(nRT_B/p_A - nRT_A/p_A) = nR(T_B - T_A)$$
$$= \frac{2}{5}nC_p(T_B - T_A) \qquad \because\ p_AV_A = nRT_A,\ p_AV_B = nRT_B、R = \frac{2}{5}C_p$$

また、気体が吸収した熱量Q_{AB}は$Q_{AB} = nC_p(T_B - T_A)$となる。
以上から求める解は次のようになる。

$$W_{AB} = \frac{2}{5}nC_p(T_B - T_A)\quad、\quad Q_{AB} = nC_p(T_B - T_A)$$

2.(2)(ウ) 状態B→状態Cの過程は等積変化なので、気体が吸収した熱量Q_{BC}は次のように表される。

$$Q_{BC} = nC_v(T_C - T_B)$$

2.(2)(エ) 状態C→状態Aの過程は断熱変化なので、内部エネルギーをUとおくと次式が成立する。

$$U_A - U_C = -W_{CA}$$

また各過程でも同様に立式すると以下のようになる。

$$U_B - U_A = Q_{AB} - W_{AB} = nC_p(T_B - T_A)\left(1 - \frac{2}{5}\right) = \frac{3}{5}nC_p(T_B - T_A) = nC_v(T_B - T_A)$$
$$U_C - U_B = Q_{BC} = nC_v(T_C - T_B)$$

以上の式を用いて仕事W_{CA}を求めると次のようになる。

$$W_{CA} = U_C - U_A = (U_C - U_B) + (U_B - U_A) = nC_v(T_C - T_B) + nC_v(T_B - T_A)$$
$$= nC_v(T_C - T_A) = -nC_v(T_A - T_C) \qquad ※\ T_A > T_C$$

よって求める解は次のようになる。

$$W_{CA} = -nC_v(T_A - T_C)$$

2.(2)(オ) 状態方程式($pV=nRT$)を用いて式変形を行うと以下のようになる。

$$pV^{5/3}=(nRT/V)V^{5/3}=nRT\cdot V^{-1}\cdot V^{5/3}=nRT\cdot V^{2/3}$$

従って $p_A V_A^{5/3}=p_C V_C^{5/3}$ ならば $T_A V_A^{2/3}=T_C V_C^{2/3}$ となり、求める x は次のようになる。

$$x=2/3$$

状態方程式から状態Bについて次式が成立する。

$$p_B=nRT_B/V_B=nRT_B/V_C=nRT_B/8V_A=\frac{1}{8}T_B(nR/V_A)=\frac{1}{8}T_B\cdot p_A/T_A$$

$p_B=p_A$ より T_B は次のようになる。 $V_B=V_C$ 、 $V_C=8V_A$ $p_A V_A=nRT_A$

$$T_B=8T_A$$

また、$T_A V_A^{2/3}=T_C V_C^{2/3}$ より以下の式が成立する。

$$T_A V_A^{2/3}=T_C(8V_A)^{2/3}=T_C(2^3)^{2/3}\cdot V_A^{2/3}=4T_C V_A^{2/3}$$

よって T_C は次のようになる。

$$T_C=\frac{1}{4}T_A$$

熱効率の計算を行うと以下のようになる。

$$e=\frac{\text{サイクルが行った仕事}}{\text{入力されたエネルギー}}=\frac{W_{AB}+W_{CA}}{Q_{AB}}$$

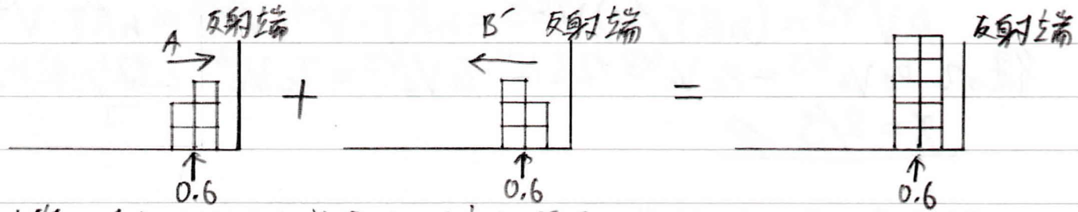
$$=\frac{\frac{2}{5}nC_p(T_B-T_A)-nC_V(T_A-T_C)}{nC_p(T_B-T_A)}=\frac{\frac{2}{5}C_p(8T_A-T_A)-(\frac{3}{5}C_p)(T_A-\frac{1}{4}T_A)}{C_p(8T_A-T_A)}$$

$$=\frac{\frac{14}{5}C_pT_A-\frac{9}{20}C_pT_A}{7C_pT_A}=\frac{1}{7}\left(\frac{14}{5}-\frac{9}{20}\right)=\frac{1}{7}\cdot\frac{47}{20}=\frac{47}{140}$$

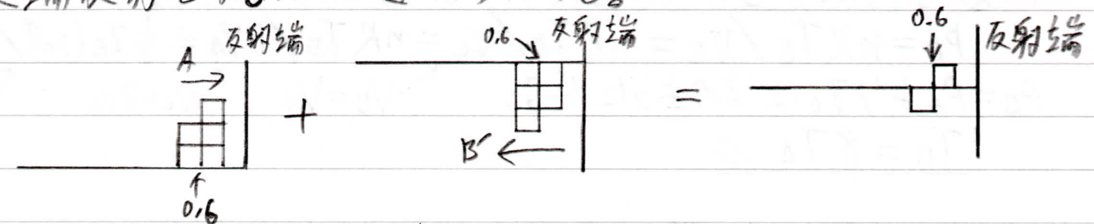
従って熱効率 e は次のようになる。

$$e=\frac{47}{140}$$

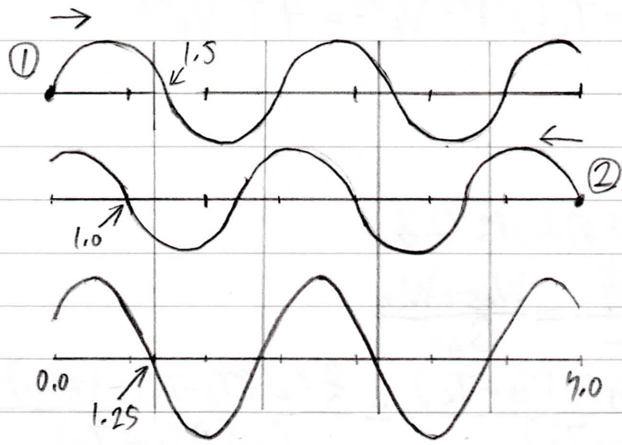
3.(1)(ア) 自由端反射となるので下図のようになる。



3.(1)(イ) 固定端反射となるので下図のようになる。



3.(1)(ウ) 2つの波源が作る波の重ね合せを描くと下図のようになる。



左図より求める解は次のようになる。
節の数：4 、節の位置：1.25[m]

3.(1)(エ) 2つの波の式を次のように定め、合成波の式を求める。

$$y_1(t,x)=\sin\left(2\pi ft-\frac{2}{3}\pi x\right),\quad y_2(t,x)=-\sin\left(2\pi ft-\frac{2}{3}\pi(7-x)\right)$$
$$=-\sin\left(2\pi ft+\frac{2}{3}\pi x-\frac{2}{3}\pi\right)$$

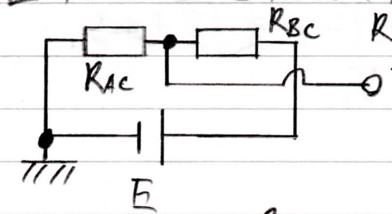
$$y(t,x)=\sin\left(2\pi ft-\frac{2}{3}\pi x\right)-\sin\left(2\pi ft+\frac{2}{3}\pi x-\frac{2}{3}\pi\right)$$
$$=2\cos\left\{\frac{1}{2}\left(2\pi ft-\frac{2}{3}\pi x+2\pi ft+\frac{2}{3}\pi x-\frac{2}{3}\pi\right)\right\}\sin\left\{\frac{1}{2}\left(2\pi ft-\frac{2}{3}\pi x-2\pi ft-\frac{2}{3}\pi x+\frac{2}{3}\pi\right)\right\}$$
$$=2\cos\left(2\pi ft-\frac{1}{3}\pi\right)\sin\left(-\frac{2}{3}\pi x+\frac{1}{3}\pi\right)$$

節の位置は $-\frac{2}{3}\pi x+\frac{1}{3}\pi=n\pi$（$n$は整数）となる$x$であるから、これより次の不等式が成立する。

$0\leqq \underbrace{\frac{1}{2}(1-3n)}_{t=x_n}\leqq 7$ $\cdots$ $n=0,-1,-2,-3,-4$ $\cdots$ $x_0=\frac{1}{2}$, $x_{-1}=2$, $x_{-2}=\frac{7}{2}$, $x_{-3}=5$
$x_{-4}=\frac{13}{2}$

以上から求める解は次のようになる。
節の数：5 、節の位置：0.500[m] //

3.(2)(ア) 装置の回路図を描き出すと下図のようになる。



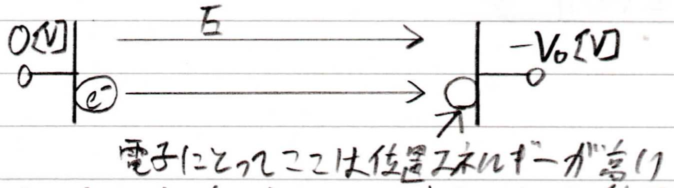
$R_{AC} = 2R_{BC}$ ($\because L_{AC} = 2L_{BC}$)

V_a(電極aの電池の負極に対する電位)

分圧則よりV_aは$\frac{2}{3}E$[V]となる。またV_bは電池の負極を基準として0〜E[V]まで変化する。従って求める解は次のようになる。

$$V_{min} = -\frac{2}{3}E\ [V],\quad V_{max} = \frac{1}{3}E\ [V]$$

3.(2)(イ) 電極aから電極bに電子が移動しだす際の電極bの(相対)電位は$-V_0$[V]である。



電子が電極bへ移動するには、少なくとも位置エネルギーに相当する(運動)エネルギーが必要となるので次式が成立する。

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0 \quad \therefore v_{max} = \sqrt{2eV_0/m}$$

よって求める解は次のようになる。

$$v_{max} = \sqrt{2eV_0/m}$$

3.(2)(ウ) 仕事関数とは物質(電極a)から電子を切り離すのに要するエネルギーを指すので、現象の前後のエネルギーについて次式が成立する。

$$h\nu = W + \frac{1}{2}mv_{max}^2 = W + eV_0$$

従って求める解は次のようになる。

$$W = h\nu - eV_0$$

No. 藤竿班条

Date

3.(2)(エ) 電極bの(相対)電位が V_1[V]の時、電子は加速され、
位置エネルギー(eV_1[J])が運動エネルギーに変換される。

$$K_{max} = (h\nu - W) + eV_1 = eV_0 + eV_1$$

よって求める解は次のようになる。

$$K_{max} = e(V_0 + V_1)$$

3.(2)(オ) 光電効果を起こすためには次の不等式が成立していなければならない。

$$h\nu_{min} - W \geqq 0 \quad \therefore h\nu_{min} \geqq W = h\nu - eV_0$$

$$\therefore \nu_{min} \geqq \nu - eV_0/h$$

従って求める解は次のようになる。

$$\nu_{min} = \nu - eV_0/h$$

4.(1)〜(3) 知識問題のため解答のみ記す。

(1) ソレノイド //　(2) A：①、B：③、C：① //

(3) a：ωL、b：$V_e/\omega I_e$ //

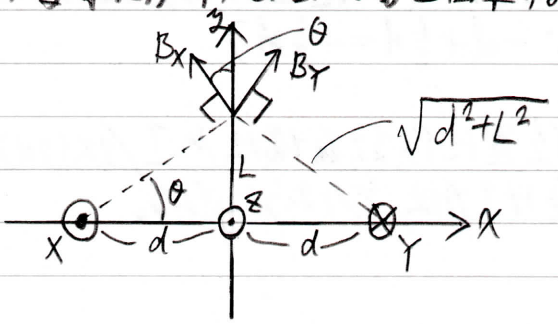
4.(4) 電流の単位アンペア[A]は単位時間当りに通過する電荷量の大きさを表す。

従って単位[A]は[C/sec]と全く同じである。

これよりt[sec]の間に$z=0$の断面を通過する電荷量は次のようになる。

It [C] //

また2本の導線が作る磁場を図示すると以下のようになる。



アンペールの法則から点Cにおける磁場の"大きさ"は次のようになる。

$$B_X = B_Y = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{d^2+L^2}}$$

ここでB_XとB_Yのx方向の成分は打ち消し合い、z方向成分が残るので点Cにおける磁場の大きさは次のように計算される。

$$B_X\cos\theta + B_Y\cos\theta = 2B_X\cos\theta = \frac{2\mu_0 I}{2\pi\sqrt{d^2+L^2}}\cdot\frac{d}{\sqrt{d^2+L^2}} = \frac{\mu_0 I d}{\pi(d^2+L^2)}$$

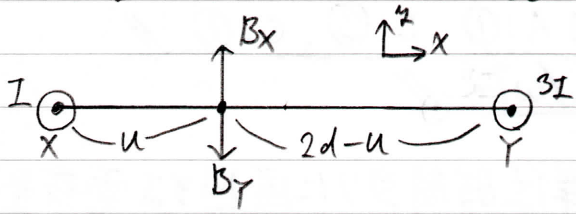
よって求める解は次のようになる。

$$\frac{\mu_0 I d}{\pi(d^2+L^2)}$$ //

なお磁場(磁束密度)の単位は次の通りである。

[T]、[Wb/m²] //

4.(5) 題意の状況を図示すると以下のようになる。



アンペールの法則から B_X、B_Y の大きさは次のように表される。

$B_X = \mu_0 I / 2\pi u$ 、 $B_Y = 3\mu_0 I / 2\pi(2d-u)$

これより磁場の大きさがゼロとなる位置では次式が成立する。

$\mu_0 I / 2\pi u = 3\mu_0 I / 2\pi(2d-u) \cdots u = \frac{1}{2}d$

導線Xの位置は $(-d, 0)$ であるから、求める点の x 座標は次のようになる。

$-\frac{1}{2}d$ // $(\because -d + \frac{1}{2}d = -\frac{1}{2}d)$

また、導線Xが導線Yの位置に作る磁場は $\mu_0 I / 2\pi(2d)$ となるので導線Yの長さ l の部分が受ける力は次のようになる。

$3\mu_0 I^2 l / 4\pi d$ //

4.(6) 点電荷の作る電位を求めると次のようになる。

$k_0 (4Q) / \sqrt{d^2+L^2} + k_0 (-Q) / \sqrt{d^2+L^2} = 3k_0 Q / \sqrt{d^2+L^2}$

よって求める解は次のようになる。

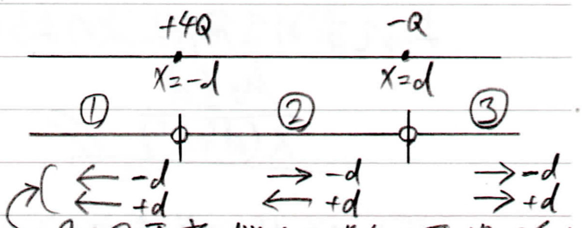
$3k_0 Q / \sqrt{d^2+L^2}$ //

4.(7) 電場がゼロとなる位置を $(x_0, 0)$ とおくと、解くべき方程式は次のようになる。

① $-k_0 \dfrac{(+4Q)}{\{x_0-(-d)\}^2} - k_0 \dfrac{(-Q)}{(x_0-d)^2} = 0$

② $+k_0 \dfrac{(+4Q)}{\{x_0-(-d)\}^2} - k_0 \dfrac{(-Q)}{(x_0-d)^2} = 0$

③ $+k_0 \dfrac{(+4Q)}{\{x_0-(-d)\}^2} + k_0 \dfrac{(-Q)}{(x_0-d)^2} = 0$



2つの電荷が正の場合の電場の向き

定性的に考えて①、②の領域に解は存在しない。理由は以下の通り。

①：電荷量の大小関係が $|+4Q| > |-Q|$ である事、$x=d$ の位置より $x=-d$ の位置が近い事から、この領域では電場の向きは x 軸上で負の向きとなる。

②：点電荷の作る電場が強め合う向きとなり、ゼロにはならない。

以上から③を解くと、$x_0 = 3d$、$\frac{1}{3}d$ となるが、$\frac{1}{3}d < d$ (−Qの位置) となるので、$\frac{1}{3}d$ は不適となり、求める解は次のようになる。

$3d$ //